

L'Equazione di Secondo Grado e la Parabola

Sara Gasparini

05 Giugno 2026

Indice

1	L'Equazione di Secondo Grado	2
1.1	Il Calcolo del Discriminante	2
1.2	La Formula Risolutiva	2
1.3	Tabella Riassuntiva del Discriminante	2
2	Relazioni tra Coefficienti e Soluzioni	3
3	La Funzione Quadratica e la Parabola	3
3.1	I Punti Caratteristici	3
4	Conclusioni	4

1 L'Equazione di Secondo Grado

Un'equazione di secondo grado in una incognita si presenta nella sua forma normale (o canonica) attraverso la seguente espressione:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dove a , b e c sono coefficienti reali, con la condizione fondamentale $a \neq 0$.

1.1 Il Calcolo del Discriminante

Per determinare le soluzioni dell'equazione, si calcola inizialmente il discriminante, indicato con la letter greca Δ (Delta):

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (1)$$

A seconda del valore assunto dal Δ , si possono verificare tre casi distinti:

- Se $\Delta > 0$, l'equazione ammette due soluzioni reali e distinte.
- Se $\Delta = 0$, l'equazione ammette due soluzioni reali e coincidenti ($x_1 = x_2$).
- Se $\Delta < 0$, l'equazione non ammette alcuna soluzione nel campo dei numeri reali ($\nexists x \in \mathbb{R}$).

1.2 La Formula Risolutiva

Nei casi in cui $\Delta \geq 0$, le soluzioni x_1 e x_2 si ricavano applicando la celebre formula risolutiva:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad (2)$$

Sostituendo la formula del Δ (1) all'interno della (2), otteniamo la scrittura estesa:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3)$$

1.3 Tabella Riassuntiva del Discriminante

Per visualizzare l'effetto del segno del discriminante sia sulle soluzioni algebriche che sul comportamento geometrico della curva, viene proposta la seguente Tabella 1:

Tabella 1: Analisi delle soluzioni e comportamento geometrico in base al valore del Δ .

Valore del Δ	Tipo di Soluzioni	Intersezione con l'asse x
$\Delta > 0$	Due soluzioni reali e distinte ($x_1 \neq x_2$)	Due punti distinti
$\Delta = 0$	Due soluzioni reali e coincidenti ($x_1 = x_2$)	Un solo punto
$\Delta < 0$	Nessuna soluzione reale ($\nexists x \in \mathbb{R}$)	Nessuna intersezione

2 Relazioni tra Coefficienti e Soluzioni

Esistono relazioni matematiche dirette tra le soluzioni x_1, x_2 e i coefficienti a, b, c .

$$s = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Il prodotto delle soluzioni è pari a:

$$p = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

3 La Funzione Quadratica e la Parabola

Dal punto di vista geometrico, l'equazione di secondo grado è strettamente legata alla funzione quadratica, la cui equazione generica è:

$$y = ax^2 + bx + c \quad (4)$$

Il grafico di questa funzione nel piano cartesiano è una **parabola** con asse di simmetria verticale.

3.1 I Punti Caratteristici

Per disegnare la parabola, si utilizzano le formule algebriche dei suoi punti geometrici fondamentali.

Il **Vertice** V rappresenta il punto di massimo o di minimo della curva ed è definito dalle coordinate:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right)$$

Il **Fuoco** F della parabola ha invece le seguenti coordinate:

$$F = \left(-\frac{b}{2a}; \frac{1 - \Delta}{4a} \right)$$

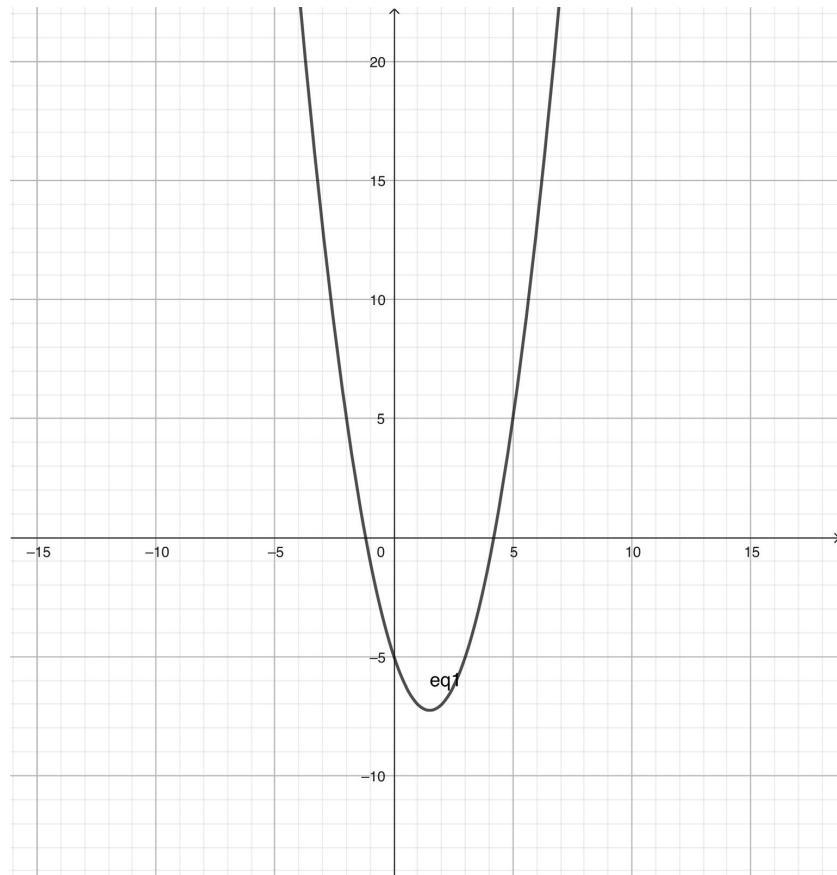


Figura 1: Rappresentazione grafica dell'equazione di secondo grado
 $y = x^2 - 3x - 5$

Le equazioni geometriche dell'asse di simmetria e della retta direttrice si scrivono rispettivamente come:

$$\text{Asse di simmetria: } x = -\frac{b}{2a} \quad (5)$$

$$\text{Direttrice: } y = -\frac{1 + \Delta}{4a} \quad (6)$$

4 Conclusioni

Questo breve testo riassume la perfetta corrispondenza tra l'algebra pura (la risoluzione di un'equazione) e la geometria analitica (lo studio dei punti di una curva). L'utilizzo di $\text{\LaTeX}$ permette di mantenere una formattazione

impeccabile e ordinata di tutte le frazioni, della tabella riassuntiva e dei simboli matematici utilizzati.