

PROGETTO FINALE DI L^AT_EX

Anomalie Gravitazionali

Le Curve di Rotazione Galattiche e l'Enigma della Materia Oscura

Studente: Camilla Maruggi
Classe: Terza Liceo Scientifico

Anno Scolastico 2025/2026

Indice

1	Introduzione	1
2	Il Modello Kepleriano ed Equilibrio Dinamico	1
2.1	Derivazione Matematica della Velocità Orbitale	1
2.2	Il Comportamento Atteso alle Grandi Distanze	1
3	Il Paradosso delle Curve di Rotazione	2
3.1	La Scoperta di Vera Rubin e Kent Ford	2
3.2	Il Calcolo del Deficit di Massa	2
4	Analisi Quantitativa e Distribuzione della Massa	2
5	Soluzioni Cosmologiche a Confronto	2
5.1	L'Ipotesi dell'Alone di Materia Oscura	3
5.2	La Teoria MOND (Dinamica Newtoniana Modificata)	3
6	Conclusioni	3

1 Introduzione

Il concetto di gravità ha plasmato la nostra comprensione dell'Universo. Dalla mela di Newton alle leggi che governano il Sistema Solare, la fisica classica ha sempre mostrato una precisione chirurgica nel prevedere i moti dei corpi celesti. Nel XX secolo, tuttavia, l'estensione di queste leggi su scala galattica ha fatto emergere una **discrepanza macroscopica**.

L'astronoma *Vera Rubin*, studiando la dinamica delle galassie a spirale, scoprì che la materia visibile non era sufficiente a spiegare la velocità di rotazione delle stelle periferiche.



Figura 1: L'astronoma Vera Rubin mentre esamina le lastre fotografiche degli spettri galattici negli anni '70.

2 Il Modello Kepleriano ed Equilibrio Dinamico

In una galassia a spirale, le stelle orbitano attorno al centro galattico seguendo traiettorie approssimativamente circolari.

2.1 Derivazione Matematica della Velocità Orbitale

Per studiare questo moto, uguagliamo la forza di attrazione gravitazionale di Newton e la forza centripeta studiata nel programma di cinematica:

$$G \frac{M(r) \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Semplificando la massa m della stella e isolando la velocità v , otteniamo l'equazione della **velocità orbitale kepleriana**:

$$v(r) = \sqrt{\frac{G \cdot M(r)}{r}}$$

2.2 Il Comportamento Atteso alle Grandi Distanze

Se assumiamo che la massa si concentri quasi totalmente nel nucleo galattico (dove la densità di stelle è massima), al crescere del raggio r la massa racchiusa $M(r)$ tende a un valore costante M_{tot} . Di conseguenza, la velocità teorica dovrebbe seguire l'andamento decrescente della terza legge di Keplero:

$$v(r) \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

3 Il Paradosso delle Curve di Rotazione

I dati spettroscopici ottenuti tramite l'effetto Doppler per la misurazione delle velocità orbitali hanno mostrato un andamento **inaspettatamente piatto**.

3.1 La Scoperta di Vera Rubin e Kent Ford

Sfruttando la formula dello spostamento Doppler:

$$v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

si è notato che la velocità tangenziale rimane costante ($v \approx v_0$) anche a grandi distanze dal nucleo visibile.

3.2 Il Calcolo del Deficit di Massa

Isolando la massa nell'equazione di equilibrio cinetico, scopriamo che la massa reale racchiusa cresce linearmente con la distanza, contrariamente all'estensione della materia luminosa:

$$M(r) = \left(\frac{v_0^2}{G} \right) \cdot r$$

4 Analisi Quantitativa e Distribuzione della Massa

Di seguito si riportano i dati fisici stimati relativi al profilo di massa dinamica di una galassia a spirale standard, che evidenziano il progressivo e drammatico deficit di materia barionica (visibile) rispetto a quella necessaria per l'equilibrio.

Tabella 1: Confronto semplificato tra la massa visibile e la massa totale richiesta.

Distanza (Kpc)	Velocità (km/s)	Massa Visibile ($M_\odot$)	Massa Totale ($M_\odot$)
2	190	1.2×10^{10}	1.6×10^{10}
5	210	3.5×10^{10}	5.1×10^{10}
10	220	5.0×10^{10}	1.1×10^{11}
25	225	6.2×10^{10}	2.9×10^{11}
50	223	6.5×10^{10}	5.8×10^{11}

5 Soluzioni Cosmologiche a Confronto

La comunità scientifica ha formulato principalmente due risposte per risolvere questa evidente contraddizione tra teoria e osservazione.

5.1 L'Ipotesi dell'Alone di Materia Oscura

Presenza di un **alone invisibile** di particelle non barioniche (come WIMP o assioni) dotate di massa che avvolge la galassia e fornisce la spinta gravitazionale mancante senza emettere radiazione elettromagnetica.

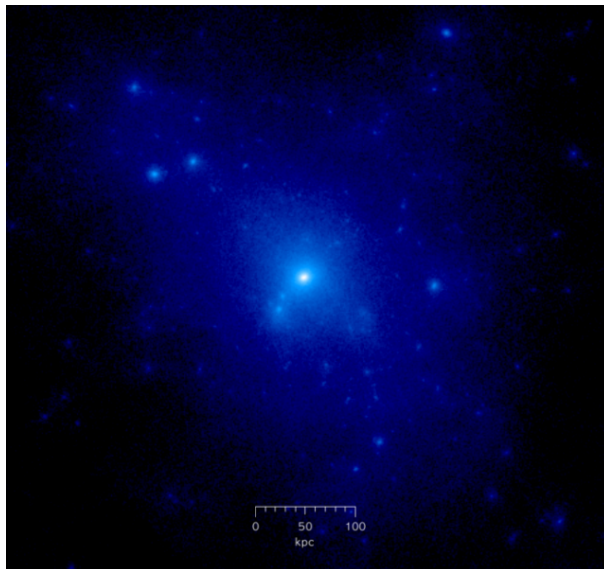


Figura 2: Rappresentazione schematica dell'alone sferico di materia oscura (in evidenza blu) che avvolge la struttura visibile della galassia.

5.2 La Teoria MOND (Dinamica Newtoniana Modificata)

Modifica delle leggi di Newton per regimi di accelerazione estremamente piccoli (inferiori a $a_0 \approx 1.2 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$), introdotta dall'equazione empirica:

$$F = m \frac{a^2}{a_0}$$

6 Conclusioni

Lo studio delle curve di rotazione galattiche dimostra come un concetto basilare della fisica – l'equilibrio orbitale – possa spingere la scienza ai confini della conoscenza umana, ricordandoci che la materia ordinaria costituisce solo il **5%** del nostro Universo e introducendo la più grande sfida dell'astrofisica moderna: la natura della *Materia Oscura*.