

Tavole di Ishihara

Renato Battistin

Sommario

Le tavole di Ishihara vengono impiegate per la rilevazione e la classificazione di anomalie visive cromatiche. Dopo una descrizione dei difetti visivi cromatici e delle proprietà cromatiche delle tavole atte ad individuarli, viene descritto un algoritmo per la loro riproduzione mediante comandi PSTricks generati da un modulo Python.

Abstract

The Ishihara plates are used for the detection and classification of chromatic visual abnormalities. After a description of the color vision defects and color properties of the plates suitable to locate them, an algorithm is described for their reproduction by PSTricks commands generated by a Python module.

1 Introduzione

La percezione del colore è un campo di indagine molto vasto che coinvolge aspetti metrologici, fisiologici e psicologici. Il parziale o mancato riconoscimento del colore può essere rilevante sia in ambito professionale che sociale; basti pensare ai segnali di avviso o di pericolo quali semafori, cartelli stradali, segnalatori di uscite di sicurezza, ecc.

L'occhio umano è attrezzato generalmente per la visione tricromatica grazie alla presenza nella retina di tre tipi di fotorecettori in forma di cellule nervose dette *coni*. Tali cellule hanno la proprietà di essere sensibili in maniera differente tra loro alla radiazione elettromagnetica nella regione spettrale del visibile, che copre l'intervallo compreso tra 400 e 760 nm circa.

La mancanza di uno dei fotorecettori, oppure una loro differente o minore risposta allo stimolo visivo, induce una variazione del riconoscimento cromatico rispetto ad un presupposto riconoscimento cromatico normale. Le anomalie vengono classificate a seconda del tipo di fotorecettore coinvolto. Tenendo presente che i fotorecettori vengono ordinati per lunghezza d'onda decrescente relativamente alle loro regioni di sensibilità spettrale, si parla di protanomalia, deuteranomalia e tritanomalia, a seconda che l'anomalia ricettiva coinvolga la regione spettrale rispettivamente del rosso, del verde e del blu. I soggetti aventi una risposta cromatica minore sono detti protanomali, deuteranomali e tritanomali; la loro visione permane in generale tricromatica ma con una percezione dei colori differente da quella della maggioranza delle persone. Se la funziona-

lità di uno dei fotorecettori è nulla, i soggetti sono classificati rispettivamente come protanopi, deuteranopi e tritanopi e la loro visione è bicromatica.

La classificazione cromatica della visione di un soggetto può essere eseguita con varie tecniche sperimentali, tuttavia il meccanismo di fondo consiste nel mostrare al soggetto delle immagini di combinazioni di varie graduazioni e tinte di colore che sono distinguibili dalla maggioranza dei soggetti. Una metodo storicamente noto e tuttora in uso è quello delle tavole pseudo-isocromatiche di Ishihara (ISHIHARA, 1972), comunemente note come *tavole di Ishihara*¹.

Le tavole sono tutte composte da un fondo uniforme generalmente chiaro e da un insieme di dischi di diametro e di colore variabile a seconda dell'eventuale tipo di disabilità cromatica che si vuole individuare sul soggetto a cui viene sottoposta la tavola. Ogni tavola presenta l'insieme dei dischi disposti entro un cerchio, sebbene la valenza di questa raffigurazione sia essenzialmente estetica. La maggioranza delle tavole ha i dischi disposti e scelti cromaticamente in modo tale da raffigurare il profilo di un numero quando osservati ad un'opportuna distanza e sotto un'opportuna illuminazione. Il riconoscimento dei profili può variare a seconda del tipo di anomalia visiva cromatica del soggetto.

In alcune tavole non sono raffigurati dei numeri ma dei percorsi più o meno tortuosi, delimitati da due estremi sulla circonferenza del cerchio; il soggetto esaminato in questo caso è invitato a tracciare il percorso.

Lo scopo del presente lavoro è mostrare una procedura per simulare graficamente le tavole di Ishihara con gli strumenti L^AT_EX. La simulazione non ha tanto lo scopo di riprodurre esattamente le forme e le tonalità cromatiche delle tavole Ishihara, essendo questo più un aspetto storico-tipografico che pratico, ma di definire degli algoritmi e delle tecniche tipografiche per riprodurre quelle caratteristiche cromatiche e di forma che tanto utili le rendono per l'esame dei difetti cromatici della visione. Una volta individuate tali tecniche, sarà possibile impiegarle oltre che per simulare le tavole di Ishihara anche per crearne di nuove, utili per ricercare particolari difetti cromatici oppure per specifici ambiti di indagine (ad esempio quello di sensibilità cromatica).

Il primo passo è un'analisi colorimetrica delle tavole di Ishihara per ricavarne i parametri

1. Per una panoramica storica si veda <http://www.eyemagazine.com/feature/article/ishihara>.

cromatici dei dischi e le loro disposizioni nella tavola. Quindi verrà descritto un algoritmo per simulare la disposizione dei dischi delle tavole di Ishihara. Il passo successivo sarà quello di colorare opportunamente i dischi in modo da ottenere una tavola che contenga sia l'informazione cromatica utile all'esaminatore per classificare il tipo di visione cromatica del soggetto esaminato, sia le forme geometriche delle regioni cromatiche rilevanti per la prova al fine di consentire al soggetto esaminato di comunicarle all'esaminatore.

2 Tinta, saturazione e brillantezza

Le caratteristiche cromatiche di un colore possono essere quantificate in termini di coordinate cromatiche definibili sulla base delle proprietà di risposta dei fotorecettori agli stimoli luminosi. I fotorecettori presentano una risposta sostanzialmente lineare e tra loro indipendente allo stimolo luminoso; questo comportamento permette di operare con le coordinate cromatiche assimilandole a componenti di vettori di uno spazio vettoriale. Tra le conseguenze notevoli di questa proprietà vettoriale ci sono l'additività degli stimoli cromatici (somma vettoriale), l'indipendenza della risposta cromatica dall'intensità dello stimolo (prodotto di un vettore per uno scalare) e la possibilità di uguagliare la somma di due stimoli alla somma di altri due stimoli di cui uno cromaticamente neutro (luce bianca) e l'altro spettralmente puro (luce composta da radiazione monocromatica). Quest'ultima proprietà è alla base dei uno dei vari sistemi cromatici esistenti, quello che definisce lo stimolo cromatico in termini di tinta, saturazione e brillantezza², HSB (*hue, saturation, brightness*).

3 Analisi di alcune tavole

L'analisi cromatica delle tavole di Ishihara³ può essere eseguita strumentalmente, ad esempio con un colorimetro direttamente su una copia cartacea delle tavole, oppure "digitalmente" partendo da una riproduzione digitale delle tavole e impiegando un qualsiasi programma in grado di rilevare le proprietà cromatiche dei pixel dell'immagine. Nel presente caso l'indagine è stata condotta digitalmente.

Ovviamente il rilievo cromatico su una versione digitalizzata delle tavole di Ishihara comporta una perdita di accuratezza nelle proprietà cromatiche rilevate. Tuttavia, essendo le tavole concepite per evidenziare differenze nella percezione cromatica,

2. Per stimoli luminosi generati da superfici illuminate invece che direttamente da sorgenti luminose, è più corretto parlare di *chiarezza* al posto di brillantezza e di *croma* invece che di saturazione (cfr. CLAUDIO OLEARI (1998), par. 3.5.3); per non appesantire la terminologia continueremo con l'abuso di linguaggio usando i termini relativi all'osservazione diretta delle sorgenti.

3. Esistono più versioni delle tavole con un numero variabile di tavole e, a volte, una loro differente numerazione. Faremo riferimento alla versione a 24 tavole già citata.

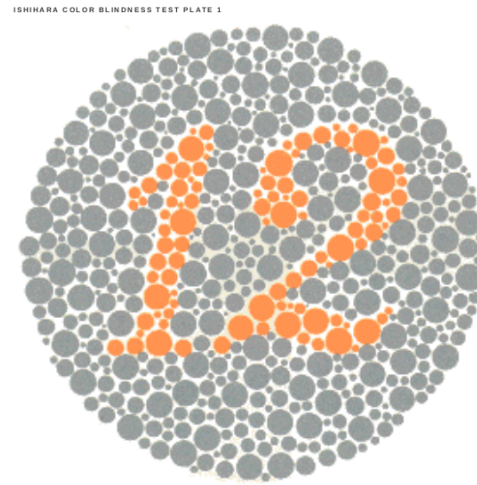


FIGURA 1: La prima delle tavole di Ishihara, visibile a tutti i soggetti con deficienze visive.

è ragionevole supporre che tali differenze siano meno influenzate dalla mancanza di accuratezza. Le tavole di Ishihara sono numerate in ordine progressivo⁴ ed il rilievo delle coordinate cromatiche viene eseguito mediante il programma Gpick⁵.

Di una tavola vengono rilevate con Gpick le coordinate cromatiche HSB di un numero staticamente rilevante di dischi della stessa tinta, così da ottenere una terna di intervalli di valori di tinta, saturazione e brillantezza. Vengono in questo modo caratterizzati cromaticamente i colori delle varie regioni di una tavola, in particolare dei dischi costituenti il fondo e la figura rappresentata nella tavola. La tavola 1 (Fig. 1) raffigura il numero '12' con dischi tutti di colore identico, mentre il fondo è composto di dischi tutti sostanzialmente di colore grigio (Tab. 1). Le unità di misura sono unitarie su una scala da 0 a 360 per la tinta, H, e percentuali da 0 a 100 per la saturazione, S, e la brillantezza, B. L'elevato valore di saturazione della regione nume-

TABELLA 1: Analisi della tavola 1

Regione	H	S (%)	B (%)
Numero '12'	15-19	80-90	51-56
Fondo	115	4-5	52-55

rale ha lo scopo di facilitare il riconoscimento del numero '12' alle persone soggette a cecità parziale ai colori rosso (*protanomaly*) e verde (*deuteranomaly*). Il valore di brillantezza sostanzialmente identico per tutti i dischi della tavola avrebbe lo scopo di rendere irriconoscibile il numero ai soggetti com-

4. Non si confonda il numero progressivo di una tavola con l'eventuale figura numerica in essa riprodotta.

5. Gpick - Advanced color picker - v. 0.2.5, Copyrights © 2009-2013, Albertas Vyšniauskas and Gpick development team, <http://code.google.com/p/gpick/>.

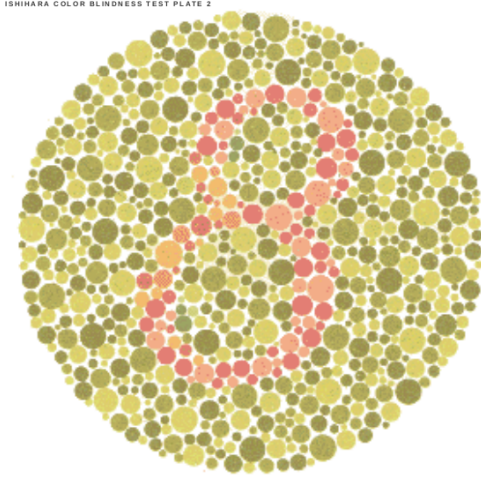


FIGURA 2: Una tavola di Ishihara impiegata per individuare i soggetti protanomiali o deuteranomiali.

pletamente ciechi ai colori (*acromatopi*); tuttavia anche questi ultimi sono in grado, seppure con qualche difficoltà, di riconoscere la sagoma del numero ‘12’ grazie ad una sagace disposizione dei dischi.

La tavola 2 (Fig. 2) raffigura il numero ‘8’ per soggetti normali (Tab. 2) e può raffigurare il numero ‘3’ per soggetti protanomiali o deuteranomiali. Questa tavola presenta dischi oltre che di più tinte, a sostanziale parità di tinta, anche di distinti valori di saturazione. Il dato rilevante è la leggera differenza di valore di tinta dei dischi nella parte complementare alla figura del numero ‘3’ che completa la figura del numero ‘8’; tale differenza è associata a valori di saturazione maggiori e ad una maggiore variabilità della brillantezza. Tali differenze cromatiche nella regione numerale dell’intero numero ‘8’ non impediscono un riconoscimento di quest’ultimo da parte di un soggetto normale, ma possono indurre ad un riconoscimento della sola regione grafica del ‘3’ in presenza di protanomalie o deuteranomalie.

4 La simulazione delle tavole

La simulazione grafica delle tavole di Ishihara richiede la risoluzione di almeno due problemi:

- creazione di un insieme di dischi di diametro variabile, non sovrapposti e raggruppati in una forma circolare

TABELLA 2: Analisi della tavola 2

Regione	H	S (%)	B (%)
Numero ‘3’	0-20	50-60	60-65
Complemento di ‘3’ a ‘8’	19-24	60-80	50-65
Fondo	45-47	45-55	40-60

- colorazione di sottoinsiemi dei dischi creati in modo da generare delle figure riconoscibili

Il primo problema può essere affrontato implementando algoritmi che possono essere distinti grosso modo in due classi: a) algoritmi stocastici; b) algoritmi deterministici. Trattandosi di due concetti in antitesi, sembra strano che i due algoritmi possano condurre al medesimo risultato, ossia produrre una disposizione apparentemente casuale di dischi di dimensione variabile e per di più raggruppati per formare un cerchio.

In effetti il metodo stocastico risulta intuitivamente il più diretto e soprattutto il più collaudato in altri ambiti, ad esempio nella simulazione dinamica di insiemi di particelle sottoposte a forze interattive di Van der Waals. In sostanza si tratterebbe di collocare entro una buca di potenziale bidimensionale di forma circolare sufficientemente ampia un certo numero di particelle, nel nostro caso dischi, debolmente interagenti tra di loro con un potenziale di Lennard-Jones⁶. Il raggio della buca verrebbe quindi ridotto progressivamente lasciando evolvere dinamicamente il sistema fino ad ottenere una disposizione casuale, compatta e di forma circolare di dischi non sovrapposti. In questo articolo, tuttavia, risolveremo il problema utilizzando un algoritmo principalmente deterministico.

Il secondo problema, quello delle colorazione dei dischi, invece verrà risolto graficamente impiegando PSTricks.

5 L’algoritmo di collocazione dei dischi

Questo algoritmo nella sua forma più intuitiva è facilmente riproducibile. Bastano un foglio, una penna ed un compasso:

- traccia un punto Q in centro ad un foglio;
- punta il compasso sul punto Q e disegna un cerchio C di raggio R sufficientemente ampio da contenere un numero elevato di dischi ‘ c ’ aventi un raggio ‘ r ’ almeno un ordine di grandezza inferiore ad R ;
- traccia in posizione casuale il primo disco ‘ c ’ di raggio ‘ r ’ ma in modo da includere il punto Q ;
- scegli una semiretta di direzione casuale e con origine nel punto Q , traccia su di essa con il compasso un disco ‘ c ’ il più possibile vicino al centro del cerchio C ma senza sovrapporre alcuno dei dischi ‘ c ’ già tracciati e rimanendo entro il cerchio C ;

6. Sono potenziali di interazione tra coppie di particelle della forma $V(r_{ij}) = 4\epsilon \left(\left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^6 - \left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^{12} \right)$

- ripeti il punto precedente fino a riempimento del cerchio C .

L'algoritmo in generale però non riesce a riprodurre accuratamente le tavole. Per poterlo fare, infatti, sono necessarie alcune precisazioni.

La scelta di collocare il centro dei dischi lungo semirette di direzione casuale può sembrare a priori una scelta adeguata vista la collocazione dei dischi nelle tavole. In pratica, il numero di semirette impiegabili in maniera efficiente per collocare i dischi vicini al centro del cerchio principale è fissato grosso modo dal quoziente tra l'angolo giro e l'angolo al centro del cerchio sotteso da un disco di dimensione media e posto ad una distanza media. Va inoltre aggiunto che, quando in numero non sufficientemente elevato, le semirette pseudocasuali ottenibili da un generatore omonimo non sono affatto distribuite uniformemente lungo l'angolo giro e le prime semirette generate tendono a 'catalizzare' la posizione dei dischi raggruppandoli⁷. Una soluzione è quella di generare semirette in maniera sistematica, ad esempio ogni due gradi per un totale di 180 semirette, aggiungendo una leggera casualità nella direzione. L'insieme degli angoli delle semirette è rappresentabile in Python da una *lista*⁸:

```
for i in range(0, nAngles):
    angleList = angleList +
    [(i + random.random() -
     0.5) * 2 * piGreek / nAngles]
```

dove `angleList` è la lista degli angoli generati; `random.random()` è una funzione pseudo-casuale che genera numeri con distribuzione uniforme nell'intervallo $(0, 1)$; l'operazione di somma in questo caso indica a Python di aggiungere un nuovo angolo i -esimo alla lista attuale, il cui valore è un numero pseudo-casuale compreso nell'intervallo

$$\left(\frac{2\pi}{nAngles}(i - 0.5), \frac{2\pi}{nAngles}(i + 0.5) \right) \quad (1)$$

Le tavole originali di Ishihara sono composte da dischi con un elevato grado di impacchettamento non ottenibile con dischi tutti del medesimo raggio. Come parametro di raffronto possiamo usare la densità di impacchettamento che è definibile nel nostro caso semplicemente come il quoziente tra l'area della superficie ricoperta dai dischi e l'area del cerchio di raggio uguale alla distanza dal centro del cerchio principale del centro del disco più distante. Gauss dimostrò che un reticolo regolare di dischi identici raggiunge la massima densità di impacchettamento pari a $\frac{\pi}{6}\sqrt{3} \simeq 0.907$ quando i loro centri vengono disposti su un reticolo esago-

nale; tuttavia l'impacchettamento di dischi entro un cerchio non è così efficiente⁹.

Nelle tavole di Ishihara l'impacchettamento ha una connotazione casuale per cui il grado di ricoprimento sarebbe notevolmente inferiore se non ricorressimo a dischi di raggi ' r ' differenti i quali hanno il vantaggio, se opportunamente selezionati, di permettere la raffigurazione anche di piccoli dettagli. La scelta dei raggi, del loro numero e della quantità di dischi corrispondenti richiede un po' di pratica; tuttavia, se il desiderio è riprodurre il più fedelmente possibile le tavole originali di Ishihara, allora è sufficiente fare un censimento dei raggi ivi utilizzati. In ogni caso è naturale scegliere una lista di raggi in modo tale che sia possibile collocare i dischi più piccoli tra gli spazi lasciati dai dischi maggiori.

Una volta scelte la direzione lungo cui collocare il centro del disco, la lista dei raggi e la relativa proporzione nella quantità di dischi, è necessario determinare per ciascun disco la posizione più vicina al centro del cerchio principale senza generare sovrapposizioni con i dischi già presenti. A tale scopo è necessario definire un criterio di non sovrapposizione tra il disco da collocare ' c ' e ciascun disco i -esimo ' c_i ' già collocato. Il disco c_i ha raggio r_i e centro (x_i, y_i) . Invece, quando espresso in coordinate polari con origine nel centro del cerchio principale, il disco ' c ' ha raggio ' r ' e centro $(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$.

Si può dimostrare la seguente condizione di non sovrapposizione tra i due dischi:

$$((\rho < \rho_-) \vee (\rho > \rho_+)) \wedge (\rho > 0) \wedge (\Delta > 0) \quad (2)$$

dove ρ_- e ρ_+ sono le due soluzioni generate dall'eventuale sovrapposizione dei due dischi ' c_i ' e ' c ':

$$\rho_{\pm} = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta \pm \sqrt{\Delta} \quad (3)$$

mentre il radicando è

$$\Delta = (ax_i + by_i)^2 + (R_i + R)^2 - x_i^2 - y_i^2 \quad (4)$$

Supponiamo che il cerchio principale contenga già al suo interno in prossimità del suo centro un certo numero di dischi non sovrapposti ed impacchettati. La collocazione del nuovo disco all'interno del cerchio principale avviene come segue.

L'insieme degli angoli disposti pseudouniformemente lungo l'intervallo $(0, 2\pi)$ è rappresentato da una lista $A[]$.

L'insieme dei dischi già collocati entro il cerchio principale è associato a tre liste $P[], X[], Y[]$ rappresentanti rispettivamente la lista dei raggi, quella delle ascisse e quella delle ordinate dei centri dei dischi.

Sia $R[]$ la lista dei raggi dei dischi ancora da collocare entro il cerchio principale.

Consideriamo il primo elemento della lista $A[]$ supponendo che abbia valore θ_1 .

9. <http://mathworld.wolfram.com/CirclePacking.html>.

7. In maniera analoga a quanto accade per i tetramini nel gioco di tassellatura Tetris.

8. Una lista è una successione indicizzata di elementi eterogenei.

Per ogni disco c_i già collocato all'interno del cerchio principale vengono determinati gli insiemi $I(\theta_1, c_i)$ dei valori ρ per i quali sussiste eventualmente l'equazione (2). Ogni insieme $I(\theta_1, c_i)$ è eventualmente l'unione di due intervalli $(0, \rho^-(\theta_1, c_i))$ e $(\rho^+(\theta_1, c_i), \infty)$ ¹⁰. Viene calcolata l'intersezione tra tutti gli $I(\theta_1, c_i)$ al variare di i ottenendo un insieme di valori di ρ , $I(\theta_1)$,

$$I(\theta_1) = \bigcap_{i=1}^N I(\theta_1, c_i) \quad (5)$$

eventualmente unione di più intervalli disgiunti

$$I(\theta_1) = \bigcup_{j=1}^{T-1} (\rho_j(\theta_1), \rho_{j+1}(\theta_1)) \quad (6)$$

dove $\rho_1(\theta_1) < \rho_2(\theta_1) < \dots < \rho_T(\theta_1)$ da cui viene ricavato il valore inferiore $\rho_1(\theta_1)$ che può essere un numero positivo o nullo (es. per il primo disco ad essere posto entro il cerchio principale) che viene aggiunto ad una lista temporanea $\rho[\cdot]$.

L'angolo θ_2 successivo a θ_1 viene preso dalla lista $A[\cdot]$ e viene calcolato $\rho_1(\theta_2)$, incrementando quindi la lista $\rho[\cdot]$ con un secondo valore. L'operazione viene ripetuta per tutti gli angoli entro la lista $A[\cdot]$ ed al termine viene calcolato il valore minimo tra tutti gli angoli:

$$\rho_{\min} = \min_i \rho_1(\theta_i) \quad (7)$$

A questo punto siamo in grado di collocare il disco 'c' e quindi di aggiornare le liste $P[\cdot]$, $X[\cdot]$, $Y[\cdot]$ rispettivamente con i tre valori $R[1]$, $\rho_{\min} \cos \theta_{\min}$, $\rho_{\min} \sin \theta_{\min}$ dove $\theta_{\min}$ è l'angolo della direzione dove la distanza minima è $\rho_{\min}$.

La lista $R[\cdot]$ viene accorciata elidendo l'elemento $R[1]$ e facendo in tal modo assumere alla lista un nuovo valore $R[1]$ da cui ripartire per la determinazione delle coordinate del disco successivo. L'algoritmo viene arrestato quando la lista $R[\cdot]$ è vuota.

6 La generazione delle tavole

Le figure che compaiono nelle tavole originali di Ishihara sono principalmente numeri, ma ci sono anche percorsi curvilinei. Una volta ottenuta la figura circolare con i dischi di varie dimensioni applicando l'algoritmo descritto in precedenza, il passo successivo è colorare i singoli dischi in modo da riprodurre le tavole di Ishihara o comunque delle tavole con delle figure che abbiano la medesima funzione.

Abbiamo visto all'inizio alcuni esempi di analisi delle tavole di Ishihara. In generale le tavole presentano delle regioni colorimetricamente distinte, ma ciascuna regione ha una certa variabilità cromatica che si manifesta in una

10. In pratica, ogni insieme $I(\theta_1, c_i)$ dipendente dall'angolo θ_1 e dal disco c_i contiene tutti i valori di ρ per cui non vi è sovrapposizione tra i due dischi 'c' e 'c_i'.

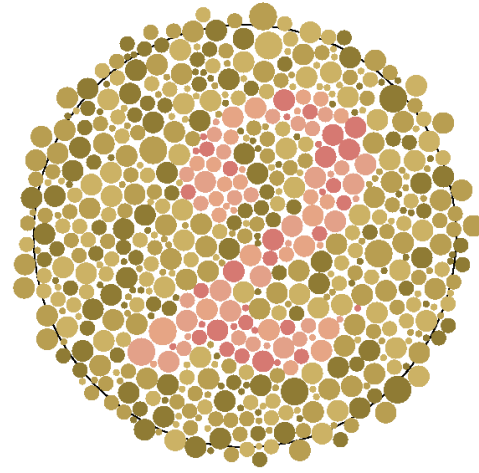


FIGURA 3: Il numero '2' ottenuto con 600 dischi, 270 semirette, la densità è pari a 0.63.

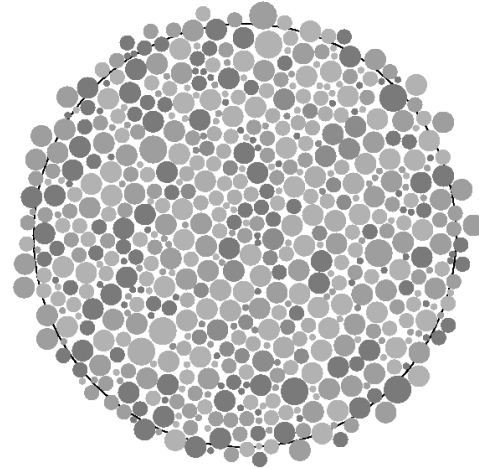


FIGURA 4: Il numero '2' della Fig. 3 visto da un soggetto acromatopo.

leggera differenza di tinta, di saturazione oppure di brillantezza tra i dischi. Riprodurre tale variabilità è semplice grazie alle funzioni di generazioni di numeri pseudocasuali presenti nella grande maggioranza dei linguaggi di programmazione.

La figura di tipo numerico, o di altra natura, invece richiede un algoritmo apposito per essere riprodotta. Una soluzione ovvia e semplice è quella di impostare un sistema di riferimento cartesiano ad esempio centrato sulla figura circolare della tavola. La figura da riprodurre viene quindi descritta entro il sistema di riferimento con una poligonale. Se ci sono più figure (ad esempio nel caso della tavola composta dalla combinazione del numero '3' e del suo tratto 'complementare' per formare il numero '8') l'operazione viene semplicemente ripetuta. Figure del piano non semplicemente connesse, come ad esempio la lettera 'R', devono prima essere rese semplicemente connesse usando come loro approssimazione un'opportuna poligonale (Fig. 6).

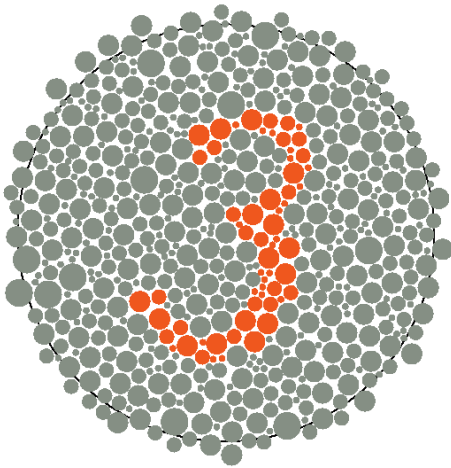


FIGURA 5: Il numero ‘3’. Invisibile ad un acromatopo a differenza del numero ‘12’ della tavola 1 di Ishihara.

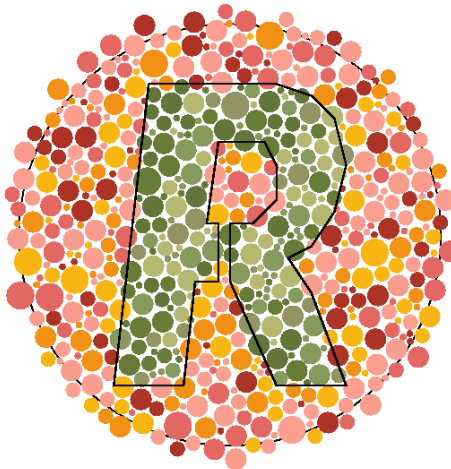


FIGURA 6: La lettera ‘R’ resa con una regione poligonale semplicemente connessa.

Una volta definita la poligonale, ad esempio mediante una lista ordinata delle coordinate dei suoi vertici, rimane da definire l’algoritmo per discriminare i dischi interni al suo interno da quelli esterni. Per determinare se un disco è situato all’interno o all’esterno della poligonale è sufficiente calcolare l’angolo sotteso dalla poligonale rispetto ad esso¹¹:

$$\sum_{i=0}^{N-1} \arcsin \left(\frac{(v_i \bmod N \times v_{(i+1) \bmod N})z}{|v_i \bmod N| \cdot |v_{(i+1) \bmod N}|} \right) \quad (8)$$

dove ‘ N ’ è il numero di vertici della poligonale, v_i è il vettore con centro nel disco e vertice nel punto i -esimo della poligonale; il numeratore dell’argomento della funzione arcoseno è la componente

11. Ricordiamo che nel piano euclideo l’indice di avvolgimento, $\nu(\gamma, P)$ di una curva γ rispetto ad un punto P è, detto in parole semplici, il numero di volte che la curva si avvolge attorno al punto. Rigorosamente, nel piano complesso: $\nu(\gamma, P) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\gamma} \frac{dz}{z-P}$.

lungo l’asse ‘ z ’ del prodotto vettore tra i due vettori v_i e v_{i+1} assumendo che entrambi giacciono nel piano ‘ x, y ’ di un sistema cartesiano ‘ x, y, z ’. L’angolo sotteso assume valore ‘0’, se il centro del disco è esterno alla poligonale, oppure ‘ 2π ’, se interno.

Il modulo Python genera un file LATEX contenente il codice PSTricks incluso in un’ambiente `picture`. Dimensione, unità di misura, posizione della tavola sono impostati come parametri nel codice. Le variabili sono il numero di dischi, il numero di semirette, ossia di angoli, le liste delle coordinate x, y dei punti delle poligonali, le liste dei colori dei dischi interni ed esterni alle poligonali. Per quanto riguarda le liste delle coordinate dei centri dei dischi e quella dei loro raggi, il modulo ha sia la possibilità di generarli ex-novo oppure di caricare il file dati corrispondente. Quest’ultima possibilità permette di salvare tempo macchina, talvolta minuti, e riduce il tempo di esecuzione ad una frazione di secondo. L’algoritmo di generazione dei dischi non è ottimizzato, dato che una volta ottenuta una disposizione soddisfacente dei dischi, questa può essere riutilizzata in quanto non fornisce alcun suggerimento al soggetto esaminato. Ovviamente Ishihara non poteva ai suoi tempi riutilizzare una disposizione dei dischi per un’altra combinazione di colori o di figure; tutte le sue tavole, quindi, sono uniche da questo punto di vista.

7 Conclusioni

Le tavole di Ishihara vengono ancora impiegate dopo un secolo dalla loro prima compilazione. La loro riproduzione con gli strumenti della tipografia digitale richiede la definizione di algoritmi che risolvano problemi quali la disposizione pseudocasuale ravvicinata di dischi senza sovrapposizione e la loro partizione in regioni con colorazioni atte all’individuazione di soggetti con anomalie visive cromatiche. Tale riproduzione può essere fatta generando del codice PSTricks mediante un modulo Python. La riproduzione delle tavole mediante esecuzione di codice Python ha permesso di chiarire il ruolo di alcuni parametri grafici e colorimetrici insiti nelle tavole di Ishihara, quali il numero di dischi, la distribuzione delle loro dimensioni e delle loro coordinate colorimetriche.

Riferimenti bibliografici

- CLAUDIO OLEARI, a. c. d. (1998). *Misurare il colore*. Hoepli.
- ISHIHARA, S. (1972). *Tests for colour-blindness*. Kanehara Shuppan Co., Ltd. - Tokyo - Japan.

▷ Renato Battistin
Via G. Matteotti 1
I-31041 CORNUDA TV
rbattistin at apf dot it